

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2009

Épreuve :

**MATHÉMATIQUES**

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE

Spécialité : BIOCHIMIE GÉNIE BIOLOGIQUE

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

*La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel, distribué par le centre d'examen, est autorisé.*

## EXERCICE 1 (8 points)

### Questionnaire à choix multiples :

Pour chaque question une seule des propositions est exacte, aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point.

On inscrira sur la copie le numéro et les lettres de la réponse choisie

**A** Dans une entreprise de 200 employés, on dénombre 108 femmes, 100 cadres et 25 femmes cadres. On choisit, au hasard, une personne de cette entreprise. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

1 La probabilité que ce soit une femme est :

- a.  $\frac{27}{50}$       b.  $\frac{1}{108}$       c. environ 0,009

2 La probabilité que ce soit une femme ou un cadre est :

- a.  $\frac{208}{200}$       b. 0,915      c. 0,165

3 La probabilité que ce soit un homme est :

- a. 0,46      b.  $\frac{108}{200}$       c. 0,54

4 On choisit maintenant une femme. La probabilité qu'elle ne soit pas cadre est :

- a.  $\frac{83}{108}$       b.  $\frac{1}{83}$       c. 0,415

**B** Quelle est la limite en  $+\infty$  des fonctions proposées ?

1  $f(x) = -2 + 4e^{2x}$       a.  $-2$       b.  $+\infty$       c.  $-\infty$

2  $g(x) = x \left( 3 - \frac{\ln x}{x} \right)$       a.  $+\infty$       b.  $-\infty$       c. 3

**C** Soit  $(u_n)$  la suite géométrique de premier terme  $u_0 = 3$  et de raison  $q = 0,5$ .

1 Le terme  $u_3$  est :      a.  $\frac{3}{8}$       b.  $\frac{27}{8}$       c. 4,5

2 La somme  $S_3 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3$  est :

- a.  $\frac{45}{8}$       b.  $\frac{15}{8}$       c.  $\frac{7}{4}$

## EXERCICE 2(12 points)

Deux étudiants ont pesé la masse d'une culture de levure de boulangerie (*saccharomyces cerevisiae*) et ont noté la mesure  $m_i$  de cette masse aux instants  $t_i$ .

L'expérience a duré 8 heures. Ils ont obtenu les résultats suivants :

|                    |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $t_i$ (en heures)  | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
| $m_i$ (en grammes) | 0,60 | 0,69 | 0,75 | 0,88 | 0,99 | 1,06 | 1,21 | 1,43 | 1,57 |

Les deux étudiants cherchent à modéliser la croissance de cette levure, c'est-à-dire à exprimer l'évolution de  $m$  en fonction de  $t$ , au moyen d'une fonction dont la courbe est "voisine" du nuage de points obtenu expérimentalement et qui est représenté sur le graphique donné en annexe. Celui-ci sera complété dans la partie B et rendu avec la copie.

Dans toute la suite les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près.

### Partie A

Le **premier étudiant** pense à un ajustement affine, mais comme le résultat ne lui semble pas satisfaisant, il décide d'utiliser un changement de variable.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant dans lequel  $\ln m_i$  désigne le logarithme népérien de  $m_i$ .

|                   |       |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-------------------|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_i$ (en heures) | 0     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $y_i = \ln m_i$   | -0,51 |   |   |   |   |   |   |   |   |

2. Représenter le nuage de points  $M_i$  de coordonnées  $(t_i, y_i)$  dans un repère orthogonal. Unités graphiques : 2 cm pour 1 heure en abscisses, 1 cm pour 0,1 en ordonnées.
3. Tracer la droite (D) passant par les points  $M_0$  et  $M_8$  d'abscisses respectives 0 et 8, et déterminer son équation sous la forme :  $y = a t + b$ .

On admet dans la suite de cette partie que cette droite donne une approximation satisfaisante du nuage de points  $M_i$ .

4. En déduire l'expression de  $m$  en fonction de  $t$ . Montrer qu'elle peut s'écrire :

$$m(t) = 0,6 e^{0,12 t} \quad (1)$$

5. Déterminer à quel instant, selon ce modèle (1), la masse  $m$  de levure aura atteint trois grammes. On donnera le résultat en heures et minutes.

6. Quelqu'un affirme que, selon ce modèle, la masse de levure augmente chaque heure d'une même quantité. Est-ce exact ? On justifiera la réponse.

### Partie B

Le deuxième étudiant se souvient que, dans des cas comparables qu'il a déjà rencontrés, la vitesse de croissance est proportionnelle à la quantité de matière qui se reproduit. Il cherche donc une fonction solution de l'équation différentielle :

$$m'(t) = c m(t)$$

où  $c$  un nombre réel.

1.
  - a) Donner les solutions de l'équation différentielle ci-dessus.
  - b) Déterminer, parmi les solutions précédentes, la solution  $m(t)$  qui vérifie les conditions  $m(0) = 0,60$  et  $m(8) = 1,57$ .

2. On admet que la fonction ainsi obtenue peut s'écrire (après arrondi) :

$$m(t) = 0,6 e^{0,12t} \quad (2)$$

- a) Calculer  $m'(t)$ . En déduire le sens de variation de  $m$  lorsque  $t$  varie de 0 à 8.
- b) Tracer la courbe (C) obtenue avec ce modèle (2) sur le graphique de l'annexe. Tracer la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 0 et expliquer comment elle a été tracée.
- c) Sachant que  $m'(t)$  représente la vitesse instantanée (en g/h) d'augmentation de la masse, calculer la vitesse à l'instant 0.

## À RENDRE AVEC LA COPIE D'EXAMEN

Évolution de la masse de levure en fonction du temps

